

5. 7 개의 숫자 1, 1, 2, 2, 3, 3, 3 을 일렬로 배열할 때, 맨 앞자리에는 1 이 오고 맨 뒷자리에는 3 이 오지 않는 경우의 수는?

[3점]

- ① 20 ② 30 ③ 40
④ 50 ⑤ 60

6. 두 실수 x, y 에 대하여

$$75^x = \frac{1}{5}, 3^y = 25$$

일 때, $\frac{1}{x} + \frac{2}{y}$ 의 값은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 2

7. 어느 디자인 공모 대회에서 철수가 참가하였다. 참가자는 두 항목에서 점수를 받으며, 각 항목에서 받을 수 있는 점수는 표와 같이 3가지 중 하나이다. 철수가 각 항목에서 점수 A 를 받을 확률은 $\frac{1}{2}$, 점수 B 를 받을 확률은 $\frac{1}{3}$, 점수 C 를 받을 확률은 $\frac{1}{6}$ 이다. 관람객 투표 점수를 받는 사건과 심사 위원점수를 받는 사건이 서로 독립일 때, 철수가 받는 두 점수의 합이 70 일 확률은? [3점]

점수 항목	점수 A	점수 B	점수 C
관람객 투표	40	30	20
심사 위원	50	40	30

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{11}{36}$ ③ $\frac{5}{18}$
④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{2}{9}$

8. 해발고도 $H(\text{m})$ 인 곳에서의 기압을 $p(\text{hPa})$, 평균해수면으로부터 해발고도 $H(\text{m})$ 까지의 기층의 평균기온을 $t(^{\circ}\text{C})$ 라 할 때, 다음 식이 성립한다고 한다.

$$H = 18400(1 + 0.04t) \log \frac{p_0}{p} \quad (\text{단, } p_0 \text{은 평균해수면의 기압이다.})$$

어느 지역에서 평균해수면의 기압이 1000 hPa 이고, 평균해수면으로부터 해발고도 1840 m 까지의 기층의 평균기온이 10°C 일 때, 해발고도 1840 m 인 곳에서의 기압(hPa)은? [3점]

- ① $10^{\frac{29}{14}}$ ② $10^{\frac{16}{7}}$ ③ $10^{\frac{5}{2}}$
 ④ $10^{\frac{19}{7}}$ ⑤ $10^{\frac{41}{14}}$

9. 다음과 같이 정의된 확률변수 X, Y, Z 의 분산의 대소 관계를 바르게 나타낸 것은? (단, $V(X)$ 는 확률변수 X 의 분산이다.) [3점]

X : 연속하는 100 개의 자연수에서 임의로 뽑은 두 수의 차
 Y : 연속하는 100 개의 홀수에서 임의로 뽑은 두 수의 차
 Z : 연속하는 100 개의 짝수에서 임의로 뽑은 두 수의 차

- ① $V(X) < V(Y) < V(Z)$
 ② $V(X) = V(Y) = V(Z)$
 ③ $V(X) > V(Y) = V(Z)$
 ④ $V(X) = V(Y) < V(Z)$
 ⑤ $V(X) < V(Y) = V(Z)$

10. 양수 x 에 대하여 $\log x$ 의 지표를 $f(x)$, 가수를 $g(x)$ 라 하자. 양수 a, b 에 대하여 옳은 것을 <보기>에서 모두 고른 것은? [3점]

- ㄱ. $f(a^2) = 2f(a)$
 ㄴ. $f(a^2) + g(a^2) = 2f(a) + 2g(a)$
 ㄷ. $g(a) + g(b) = 1$ 이면 ab 는 정수이다.

- ① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

11. 세 양수 a, b, c 는 이 순서대로 등비수열을 이루고, 다음 두 조건을 만족한다.

$$\begin{aligned} \text{(가)} \quad & a + b + c = \frac{7}{2} \\ \text{(나)} \quad & abc = 1 \end{aligned}$$

$a^2 + b^2 + c^2$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{13}{4}$ ② $\frac{15}{4}$ ③ $\frac{17}{4}$
 ④ $\frac{19}{4}$ ⑤ $\frac{21}{4}$

12. 모든 실수 x 에 대하여 이차함수 $y=f(x)$ 가 다음 조건을 만족한다.

$$\begin{aligned} \text{(가)} \quad & f(0) = -2 \\ \text{(나)} \quad & f(-x) = f(x) \\ \text{(다)} \quad & f(f'(x)) = f'(f(x)) \end{aligned}$$

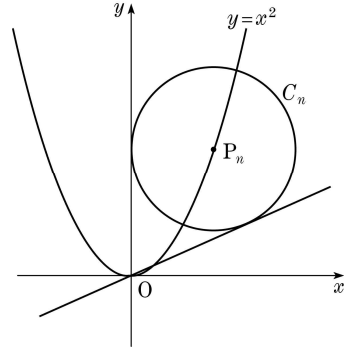
함수 $F(x) = \int f(x) dx$ 가 감소하는 구간의 길이는? [3점]

- ① 4 ② 5 ③ 6
 ④ 7 ⑤ 8

13. 수열 $\{a_n\}$ 이 $a_{n+1} = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n$ ($n \geq 1$)을 만족시킨다. $a_1 = 1$ 일 때, a_{10} 의 값은? [3점]

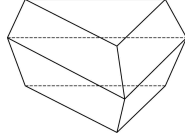
- ① 55 ② 89 ③ 128
 ④ 256 ⑤ 360

14. 자연수 n 에 대하여 곡선 $y = x^2$ 위의 점 $P_n(n, n^2)$ 을 중심으로 하고 y 축에 접하는 원을 C_n 이라 하자. 원점을 지나고 원 C_n 에 접하는 직선 중에서 y 축이 아닌 직선의 기울기를 a_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n}$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{3}{4}$ ③ 1
 ④ $\frac{5}{4}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

15. 그림과 같이 합동인 정삼각형 2개와 합동인 등변사다리꼴 6개로 이루어진 팔면체가 있다. 팔면체의 각 면에는 한 가지의 색을 칠한다고 할 때, 서로 다른 8개의 색을 모두 사용하여 팔면체의 각 면을 칠하는 경우의 수는? (단, 팔면체를 회전시켰을 때 색의 배열이 일치하면 같은 경우로 생각한다.) [4점]

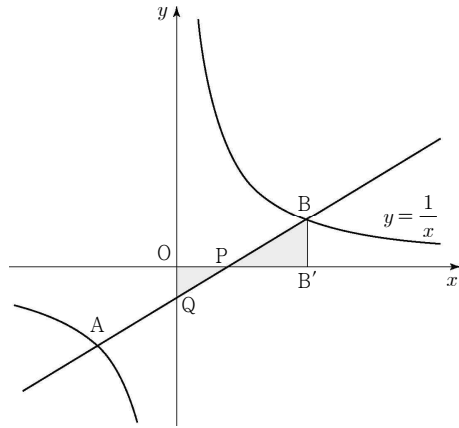


- ① 6520 ② 6620 ③ 6720
④ 6820 ⑤ 6920

16. 곡선 $y = \frac{1}{x}$ 위의 두 점 $A(-1, -1)$, $B(a, \frac{1}{a})$ ($a > 1$)를 지나는 직선이 x 축, y 축과 만나는 점을 각각 P, Q라 하자. 점 B에서 x 축에 내린 수선의 발을 B'라 할 때, 두 삼각형 POQ, PB'B의 넓이를 각각 S_1 , S_2 라 하자. $S_1 + S_2$ 의 최솟값은? (단, O는 원점이다.)

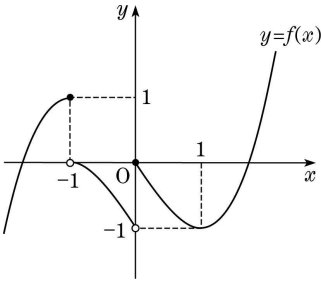
[4점]

- ① $\frac{2-\sqrt{3}}{2}$ ② $\frac{\sqrt{2}-1}{2}$ ③ $2-\sqrt{3}$
④ $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$ ⑤ $\sqrt{2}-1$



17. 함수 $f(x)$ 가 다음과 같다.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}(x^3 - 3x) & (x \leq -1 \text{ 또는 } x \geq 0) \\ \frac{1}{2}(x^3 - 3x) - 1 & (-1 < x < 0) \end{cases}$$



옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

[보 기]

ㄱ. 함수 $f(x)$ 는 $x=0$ 에서 미분가능하다.

ㄴ. $\lim_{x \rightarrow 0} f'(x) = -\frac{3}{2}$

ㄷ. $\lim_{x \rightarrow -1+0} f(f'(x)) = 0$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ



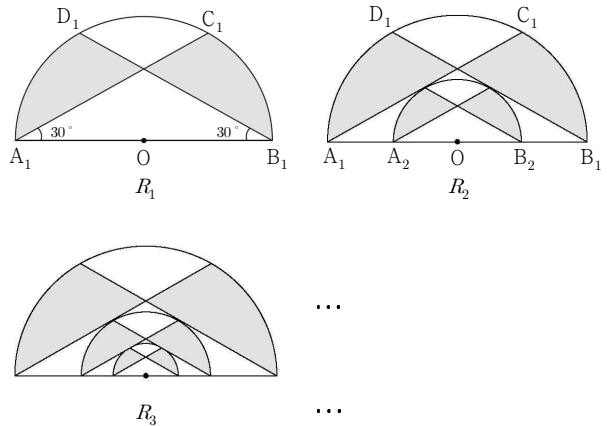
18. 중심이 O 이고 길이가 4인 선분 A_1B_1 을 지름으로 하는 반원이 있다. 그림과 같이 반원 위에 $\angle C_1A_1B_1 = 30^\circ$, $\angle D_1B_1A_1 = 30^\circ$ 가 되도록 두 점 C_1, D_1 을 각각 정하고, 두 선분 A_1C_1, B_1D_1 과 두 호 B_1C_1, A_1D_1 로 둘러싸인  모양에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

그림 R_1 에서 중심이 O 이고 두 선분 A_1C_1, B_1D_1 에 접하는 원이 선분 A_1B_1 과 만나는 점을 각각 A_2, B_2 라 하자. 선분 A_2B_2 를 지름으로 하는 반원에 그림 R_1 을 얻는 것과 같은 방법으로 만들어지는  모양에 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \frac{a\pi + b\sqrt{3}}{9}$ 이다. $a+b$ 의 값은? (단, a, b 는 정수이다.) [4점]



- ① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

19. 이산확률변수 X 의 확률분포표는 다음과 같다.

X	0	1	2	3	계
$P(X = x)$	p	$\frac{1}{4}$	q	$\frac{1}{12}$	1

X 의 분산이 1 이 되는 p 와 q 에 대하여 $3p + q$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{3}{4}$ ③ 1
 ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ 2

20. 자연수 n 에 대하여 실수 a 가 $10^n < a < 10^{n+1}$ 을 만족시킨다.

$\log a$ 의 가수와 $\log \sqrt[n]{a}$ 의 가수의 합이

정수이고 $(n+1)\log a = n^2 + 8$ 일 때, $\frac{\log a}{n}$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{57}{56}$ ② $\frac{22}{21}$ ③ $\frac{11}{10}$
 ④ $\frac{6}{5}$ ⑤ $\frac{17}{12}$

21. 함수 $f(x)$ 가 $-1 < x \leq 1$ 일 때,

$$f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3x^{2n} + |x|}{x^{2n} + 1}$$

이고, 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) = f(x+2)$ 이다. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

————— <보 기> —————

ㄱ. $f(3) = 2$

ㄴ. 원 $x^2 + y^2 = 2$ 와 함수 $y = f(x)$ 의 그래프는 만나지 않는다.

ㄷ. 원 $x^2 + y^2 = k$ ($k > 0$)와 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 서로 다른 네 점에서 만나도록 하는 100 이하의 k 의 개수는 6이다.

① ㄱ

② ㄱ, ㄴ

③ ㄱ, ㄷ

④ ㄴ, ㄷ

⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

단답형

22. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_1 = 5$, $a_2 = 7$ 일 때, a_4 의 값을 구하시오. [3점]

23. $\log_2(3 + \sqrt{5}) + \log_2(3 - \sqrt{5})$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(x) = (x-1)^3$ 이다.

함수 $f(x)$ 의 극값을 M , 함수 $y=f(x)$ 의 그래프 위의 두 점 $A(0, f(0))$, $B(2, f(2))$ 에서 접하는 두 접선의 교점의 y 좌표를 N 이라 할 때, $16(M-N)$ 의 값을 구하시오. [4점]

25. 두 함수 $f(x) = x^2 + 3$, $g(x) = 2x - 10$ 에 대하여 $(f \circ g)(a) = 103$ 일 때, 양수 a 의 값을 구하시오. [3점]

26. A, B 두 사람이 서로 다른 4개의 동아리 중에서 2개씩 가입하려고 한다. A 와 B 가 공통으로 가입하는 동아리가 1개 이하가 되도록 하는 경우의 수를 구하시오. (단, 가입 순서는 고려하지 않는다.) [4점]

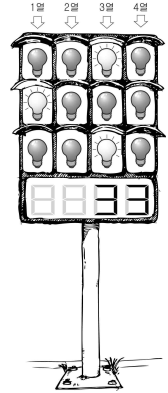
27. 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 자연수}\}$ 의 부분집합 A 는 원소의 개수가 4이고, 모든 원소의 합이 21이다. 상수 k 에 대하여 집합 $B = \{x+k \mid x \in A\}$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $A \cap B = \{4, 6\}$

(나) $A \cup B$ 의 모든 원소의 합이 40이다.

집합 A 의 모든 원소의 곱을 구하시오. [4점]

28. 그림과 같이 12개의 전구와 전광판으로 이루어진 신호기가 있다. m 열의 전구가 n 개 켜져 있는 경우 $n \cdot 4^{m-1}$ 으로 계산되고, 네 개의 열이 계산된 수의 합이 전광판에 나타난다. 예를 들어 1열에서 1개, 3열에서 2개의 전구가 켜진 경우, 전광판에 33이 나타난다. 12개의 전구 중 임의로 2개를 켜 때, 전광판에 짝수가 나타날 확률을 $\frac{q}{p}$ (p, q 는 서로소)라 하자. $p+q$ 의 값을 구하시오. [4점]



29. 모든 항이 양수인 등차수열 $\{a_n\}$ 은

$$a_{26} = 30, \quad \sum_{n=1}^{13} \{(a_{2n})^2 - (a_{2n-1})^2\} = 260$$

을 만족시킨다. a_{11} 의 값을 구하시오. [4점]

30. 한 변의 길이가 1 인 정사각형 ABCD 와 점 A 가 중심이고 선분 AB 를 반지름으로 하는 원이 있다. 원 위를 움직이는 점 P 에 대하여 사각형 APQR 가 정사각형이 되도록 원 위에 점 R 과 원의 외부에 점 Q 를 잡는다.

그림과 같이 선분 BC 와 선분 QR 가 만나도록 할 때, 선분 BC 와 선분 QR 의 교점을 I 라 하자. 삼각형 IQC 의 둘레의 길이를 L , 넓이를 S 라 할 때, 점 P 가 점 B 에 한없이 가까워지면 $\frac{L^2}{S}$ 의 값이 $a+b\sqrt{2}$ 에 한없이 가까워진다. a^2+b^2 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 유리수이다.) [4점]

