

안녕맨의 손으로 만든 제 20회 2017 대수능 대비 기출 시험지

제 2 교시

수리 영역

‘가’형	성명		수험 번호						3						1

- 자신이 선택한 유형(‘가’형/‘나’형)의 문제지인지 확인하십시오.
- 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 쓰시오.
- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호와 답을 정확히 표시하십시오.
- 단답형 답의 숫자에 ‘0’이 포함되면, 그 ‘0’도 답란에 반드시 표시하십시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

1. $\cos \frac{\theta}{2} = \frac{3}{4}$ 일 때, $\cos \theta$ 의 값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$) [2점]

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{1}{7}$
 ④ $\frac{1}{8}$ ⑤ $\frac{1}{9}$

2. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x - \sqrt{x^2 - 1}}{x + 1}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3
 ④ 4 ⑤ 5

3. $\int_{-a}^a (2x+3) dx = 6$ 을 만족하는 실수 a 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$
 ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

4. 미분가능한 함수 $y=f(x)$ 의 그래프 위의 점 $(2, f(2))$ 에서의 접선의 기울기가 2이다. 양의 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $y=f(\sqrt{x})$ 의 $x=4$ 에서의 미분계수는? [3점]

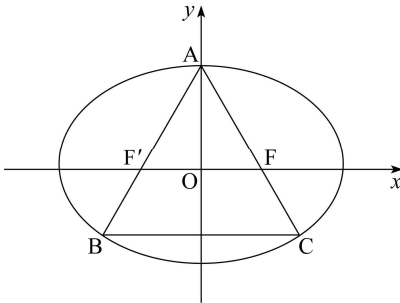
- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ③ 1
 ④ $\sqrt{2}$ ⑤ 2

5. 7개의 숫자 1, 1, 2, 2, 3, 3, 3을 일렬로 배열할 때, 맨 앞자리에는 1이 오고 맨 뒷자리에는 3이 오지 않는 경우의 수는? [3점]

① 20 ② 30 ③ 40
④ 50 ⑤ 60

6. 그림과 같이 타원 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($0 < b < a$)에 내접하는 정삼각형 ABC가 있다. 타원의 두 초점 F, F'이 각각 선분 AC, AB 위에 있을 때, $\frac{b}{a}$ 의 값은? (단, 점 A는 y축 위에 있다.)

[3점]



① $\frac{3}{5}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ $\frac{3}{4}$
④ $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ⑤ $\frac{\sqrt{3}}{2}$

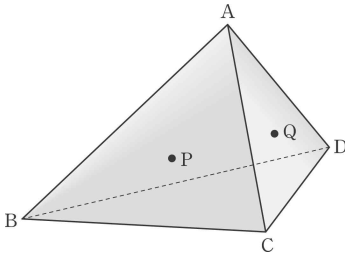
7. 어느 디자인 공모 대회에서 철수가 참가하였다. 참가자는 두 항목에서 점수를 받으며, 각 항목에서 받을 수 있는 점수는 표와 같이 3가지 중 하나이다. 철수가 각 항목에서 점수 A를 받을 확률은 $\frac{1}{2}$, 점수 B를 받을 확률은 $\frac{1}{3}$, 점수 C를 받을 확률은 $\frac{1}{6}$ 이다. 관람객 투표 점수를 받는 사건과 심사 위원점수를 받는 사건이 서로 독립일 때, 철수가 받는 두 점수의 합이 70일 확률은? [3점]

점수 \ 항목	점수 A	점수 B	점수 C
관람객 투표	40	30	20
심사 위원	50	40	30

① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{11}{36}$ ③ $\frac{5}{18}$
④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{2}{9}$

‘가’형

8. 사면체 ABCD 의 면 ABC, ACD 의 무게중심을 각각 P, Q 라고 하자. <보기>에서 두 직선이 꼬인 위치에 있는 것을 모두 고르면? [3점]



[보 기]

- ㄱ. 직선 CD 와 직선 BQ
 ㄴ. 직선 AD 와 직선 BC
 ㄷ. 직선 PQ 와 직선 BD

- ① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

9. 다음과 같이 정의된 확률변수 X , Y , Z 의 분산의 대소 관계를 바르게 나타낸 것은? (단, $V(X)$ 는 확률변수 X 의 분산이다.) [3점]

X : 연속하는 100 개의 자연수에서 임의로 뽑은 두 수의 차
 Y : 연속하는 100 개의 홀수에서 임의로 뽑은 두 수의 차
 Z : 연속하는 100 개의 짝수에서 임의로 뽑은 두 수의 차

- ① $V(X) < V(Y) < V(Z)$
 ② $V(X) = V(Y) = V(Z)$
 ③ $V(X) > V(Y) = V(Z)$
 ④ $V(X) = V(Y) < V(Z)$
 ⑤ $V(X) < V(Y) = V(Z)$

10. 세 점 O, A, B 에 대하여 두 벡터 $\vec{a} = \overrightarrow{OA}$, $\vec{b} = \overrightarrow{OB}$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $\vec{a} \cdot \vec{b} = 2$
 (나) $|\vec{a}| = 2, |\vec{b}| = 3$

이때, 두 선분 OA, OB 를 두 변으로 하는 평행사변형의 넓이는?
 [3점]

- ① $3\sqrt{2}$ ② $4\sqrt{2}$ ③ $3\sqrt{3}$
 ④ $4\sqrt{3}$ ⑤ $5\sqrt{3}$

11. $\sin^2 \theta + \sin^2 \left(\frac{\pi}{3} + \theta \right) + \sin^2 \left(\frac{\pi}{3} - \theta \right)$ 의 값은? [3점]

- ① 0 ② $\frac{1}{2}$ ③ 1
 ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ 2

12. 모든 실수 x 에 대하여 이차함수 $y=f(x)$ 가 다음 조건을 만족한다.

- (가) $f(0) = -2$
 (나) $f(-x) = f(x)$
 (다) $f(f'(x)) = f'(f(x))$

함수 $F(x) = \int f(x)dx$ 가 감소하는 구간의 길이는? [3점]

- ① 4 ② 5 ③ 6
 ④ 7 ⑤ 8

13. 직선 $y = 3x + 5$ 가 쌍곡선 $\frac{x^2}{a} - \frac{y^2}{2} = 1$ 에 접할 때, 쌍곡선의 두 초점 사이의 거리는? [3점]

- ① $\sqrt{7}$ ② $2\sqrt{3}$ ③ 4
 ④ $2\sqrt{5}$ ⑤ $4\sqrt{3}$

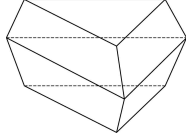
14. 세 양수 a, b, c 에 대하여

$$\lim_{x \rightarrow \infty} x^a \ln\left(b + \frac{c}{x^2}\right) = 2$$

일 때, $a+b+c$ 의 값은? [4점]

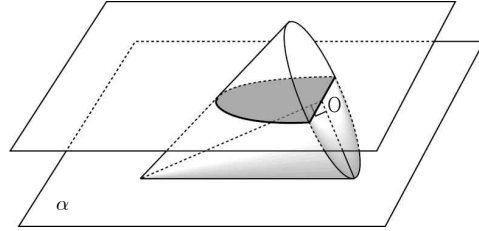
- ① 5 ② 6 ③ 7
 ④ 8 ⑤ 9

15. 그림과 같이 합동인 정삼각형 2개와 합동인 등변사다리꼴 6개로 이루어진 팔면체가 있다. 팔면체의 각 면에는 한 가지의 색을 칠한다고 할 때, 서로 다른 8개의 색을 모두 사용하여 팔면체의 각 면을 칠하는 경우의 수는? (단, 팔면체를 회전시켰을 때 색의 배열이 일치하면 같은 경우로 생각한다.) [4점]



- ① 6520 ② 6620 ③ 6720
④ 6820 ⑤ 6920

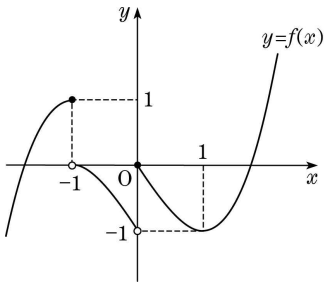
16. 그림과 같이 원뿔을 평면 α 와 평행하고 원뿔의 밑면의 중심 O를 지나는 평면으로 자를 때 생기는 단면의 일부분은 포물선이다. 이때 단면의 넓이는? [4점]



- ① $\frac{13}{8}$ ② $\frac{7}{4}$ ③ $\frac{15}{8}$
④ 2 ⑤ $\frac{17}{8}$

17. 함수 $f(x)$ 가 다음과 같다.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}(x^3 - 3x) & (x \leq -1 \text{ 또는 } x \geq 0) \\ \frac{1}{2}(x^3 - 3x) - 1 & (-1 < x < 0) \end{cases}$$



옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?[4점]

[보 기]

ㄱ. 함수 $f(x)$ 는 $x=0$ 에서 미분가능하다.

ㄴ. $\lim_{x \rightarrow 0} f'(x) = -\frac{3}{2}$

ㄷ. $\lim_{x \rightarrow -1+0} f(f'(x)) = 0$

① ㄱ

② ㄴ

③ ㄷ

④ ㄱ, ㄷ

⑤ ㄴ, ㄷ

18. 이산확률변수 X 의 확률분포표는 다음과 같다.

X	0	1	2	3	계
$P(X = x)$	p	$\frac{1}{4}$	q	$\frac{1}{12}$	1

X 의 분산이 1 이 되는 p 와 q 에 대하여 $3p + q$ 의 값은?[4점]

① $\frac{1}{2}$

② $\frac{3}{4}$

③ 1

④ $\frac{3}{2}$

⑤ 2

19. 평면 위에 삼각형 OAB가 있다.

$\overrightarrow{OP} = s\overrightarrow{OA} + t\overrightarrow{OB}$ ($s \geq 0, t \geq 0$)를 만족하는 점 P가 그리는 도형에 대한 옳은 설명을 다음에서 모두 고른 것은? [4점]

- ㄱ. $s+t=1$ 일 때, 점 P가 그리는 도형은 선분 AB이다.
 ㄴ. $s+2t=1$ 일 때, 점 P가 그리는 도형의 길이는 선분 AB의 길이 보다 크다.
 ㄷ. $s+2t \leq 1$ 일 때, 점 P가 그리는 영역은 삼각형 OAB를 포함한다.

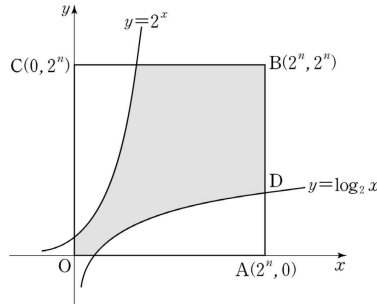
- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

20. $\tan \frac{\theta}{2} = \frac{1}{2}$ 일 때, $\sin \frac{\theta}{2} + \sin \frac{3\theta}{2}$ 의 값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$)

[4점]

- ① $\frac{8\sqrt{5}}{25}$ ② $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ ③ $\frac{12\sqrt{5}}{25}$
 ④ $\frac{14\sqrt{5}}{25}$ ⑤ $\frac{16\sqrt{5}}{25}$

21. 좌표평면에서 꼭짓점의 좌표가 $O(0, 0)$, $A(2^n, 0)$, $B(2^n, 2^n)$, $C(0, 2^n)$ 인 정사각형 $OABC$ 와 두 곡선 $y=2^x$, $y=\log_2 x$ 에 대하여 다음 물음에 답하시오.
(단, n 은 자연수이다.)



정사각형 $OABC$ 와 그 내부는 두 곡선 $y=2^x$, $y=\log_2 x$ 에 의하여 세 부분으로 나뉜다. $n=3$ 일 때 이 세 부분 중 색칠된 부분의 넓이는? [4점]

- ① $14 + \frac{12}{\ln 2}$ ② $16 + \frac{14}{\ln 2}$ ③ $18 + \frac{16}{\ln 2}$
④ $20 + \frac{18}{\ln 2}$ ⑤ $22 + \frac{20}{\ln 2}$

단답형

22. 이차방정식 $2x^2 - px + 1 = 0$ 의 두 근이 $\tan \alpha$, $\tan \beta$ 일 때, $\tan(\alpha + \beta) = 3$ 을 만족시키는 p 의 값을 구하시오. [3점]

23. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+3x) + 9x}{2x}$ 의 값을 구하시오. [3점]

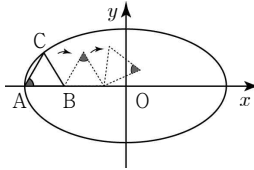
24. 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(x) = (x-1)^3$ 이다.

함수 $f(x)$ 의 극값을 M , 함수 $y=f(x)$ 의 그래프 위의 두 점 $A(0, f(0))$, $B(2, f(2))$ 에서 접하는 두 접선의 교점의 y 좌표를 N 이라 할 때, $16(M-N)$ 의 값을 구하시오. [4점]

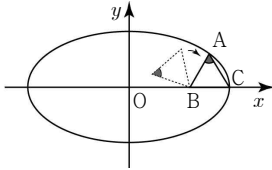
25. 함수 $y = \frac{1}{2}x^2 (x \geq 0)$ 의 그래프와 이 함수의 역함수의 그래프로 둘러싸인 부분을 x 축의 둘레로 회전시켜 생기는 회전체의 부피는 $\frac{q}{p}\pi$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [3점]

26. A, B 두 사람이 서로 다른 4개의 동아리 중에서 2개씩 가입하려고 한다. A 와 B 가 공통으로 가입하는 동아리가 1개 이하가 되도록 하는 경우의 수를 구하시오. (단, 가입 순서는 고려하지 않는다.) [4점]

27. [그림 1]과 같이 타원 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 과 한 변의 길이가 2인 정삼각형 ABC가 있다. 변 AB는 x 축 위에 있고 꼭짓점 A, C는 타원 위에 있다. 한 변이 x 축 위에 놓이도록 정삼각형 ABC를 x 축을 따라 양의 방향으로 미끄러짐 없이 회전시킨다. 처음 위치에서 출발한 후 변 BC가 두 번째로 x 축 위에 놓이고 꼭짓점 C는 타원 위에 놓일 때가 [그림 2]이다. $a^2 + 3b^2$ 의 값을 구하시오.[4점]

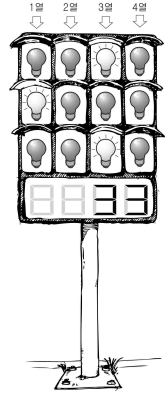


[그림 1]



[그림 2]

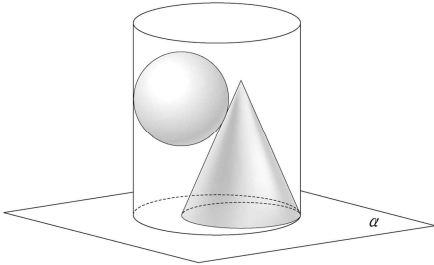
28. 그림과 같이 12개의 전구와 전광판으로 이루어진 신호기가 있다. m 열의 전구가 n 개 켜져 있는 경우 $n \cdot 4^{m-1}$ 으로 계산되고, 네 개의 열이 계산된 수의 합이 전광판에 나타난다. 예를 들어 1열에서 1개, 3열에서 2개의 전구가 켜진 경우, 전광판에 33이 나타난다. 12개의 전구 중 임의로 2개를 켜 때, 전광판에 짝수가 나타날 확률을 $\frac{q}{p}$ (p, q 는 서로소)라 하자. $p+q$ 의 값을 구하시오.[4점]



29. 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 7인 원기둥과 밑면의 반지름의 길이가 5이고 높이가 12인 원뿔이 평면 α 위에 놓여 있고, 원뿔의 밑면의 둘레가 원기둥의 밑면의 둘레에 내접한다. 평면 α 와 만나는 원기둥의 밑면의 중심을 O , 원뿔의 꼭짓점을 A 라 하자. 중심이 B 이고 반지름의 길이가 인 구 S 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 구 S 는 원기둥과 원뿔에 모두 접한다.
 (나) 두 점 A, B 의 평면 α 위로의 정사영이 각각 A', B' 일 때, $\angle A'OB' = 180^\circ$ 이다.

직선 AB 와 평면 α 가 이루는 예각의 크기를 θ 라 할 때, $\tan \theta = p$ 이다. $100p$ 의 값을 구하시오. (단, 원뿔의 밑면의 중심과 점 A' 은 일치한다.) [4점]



30. 반지름의 길이가 1인 원 O 위에 점 A 가 있다. 그림과 같이 양수 θ 에 대하여 원 O 위의 두 점 B, C 를 $\angle BAC = \theta$ 이고 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 가 되도록 잡는다. 삼각형 ABC 의 내접원의 반지름의 길이를 $r(\theta)$ 라 할 때, $\lim_{\theta \rightarrow \pi-0} \frac{r(\theta)}{(\pi-\theta)^2} = \frac{q}{p}$ 이다. $p^2 + q^2$ 의 값을 구하시오. (단, p, q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

