

# T.O.P - EBS Calculation (For B) - 1

T.O.P EBS Calculation

## I. EBS 수능특강 우수 및 추천문항 선정

### 수학 B형에서 수학1이란?

수학 A형은 수학1에서 거의 절반의 문항이 나오므로 수학1의 모든 내용을 공부하는 것이 옳다. 하지만, 수학 B형에서 나오는 수학1의 문항은 대략 7~8문제 정도. 즉, 빠지는 부분이 나올 수 밖에 없다.

**항상 나오는 문항** : 행렬의 기초 계산문항 (2점), 행렬의 합답형 문항(3~4점), 지수와 로그의 실생활 활용(3~4점), 수열의 일반항 (가), (나)에 알맞은 식 맞추기 (3~4점), 도형과 무한등비급수 (3~4점)를 제외하면 대략 2~3문항 정도가 수학1에서 나올 수 있는 문항인데, 이 2~3문항이 2014 5월 예비평가를 분석해보면 모두 3점 문항으로 출제되었다. 즉, 수학1의 영향력이 예전보다 약해졌다는 것이다. 아직은 조심스럽지만, 상용로그의 지표와 가수를 물어보는 문항은 출제되기 힘들 것으로 예상되고, 발견적 추론 문항과 지수, 로그함수 문항은 예전보다 쉽게 출제될 것으로 예상된다. 하지만, 1회 분의 모의고사로 판단하기엔 무리가 있다고 생각되기 때문에 수학1에서 나올 수 있는 모든 주제를 선정할 것이다.

**선정기준** : B형 시험에 어려운 [3점] 혹은 [4점] 문항으로 반영될 수 있는 문항들을 선정하기 위하여 주로 고등수학의 내용과 결합된 내용의 문제나 역대 수능, 평가원 모의고사에 기출되었던 문항과 맥이 같은 문제, 그리고 기출문제에서 찾아볼 수 없었던 신유형의 문항을 선정하였다. 또, 문항 자체의 아이디어가 참신한 문항도 수록하였다.

### 수능특강 수학1 - B형

CHAPTER 1. 행렬과 그래프	CHAPTER 2. 지수와 로그
14쪽 기본연습 3번	46쪽 기본연습 2번
14쪽 기본연습 4번	46쪽 기본연습 4번
15쪽 실력완성 3번	47쪽 실력완성 3번
20쪽 발전유제 2번	50쪽 확인문제 5번
23쪽 예제 4번	58쪽 기본연습 2번
27쪽 기본연습 1번	59쪽 실력완성 1번
27쪽 기본연습 2번	67쪽 발전유제 8번
28쪽 기본연습 5번	70쪽 기본연습 4번
28쪽 기본연습 6번	71쪽 실력완성 1번
28쪽 기본연습 8번	71쪽 실력완성 3번
29쪽 실력완성 2번	81쪽 기초연습 1번
29쪽 실력완성 3번	83쪽 실력완성 1번



3. 두 이차정사각행렬  $A, B$ 에 대하여

$$A+B=2E, \quad AB=O$$

가 성립할 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

—————<보 기>—————

ㄱ.  $BA=O$

ㄴ.  $A^2=2A$

ㄷ. 행렬  $(A^4+E)(B^4+E)$ 의 모든 성분의 합은 34이다.

① ㄴ

② ㄷ

③ ㄱ, ㄴ

④ ㄴ, ㄷ

⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

4.  $(A-E)^2=O$ 를 만족시키는 이차정사각행렬  $A$ 가  $A\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -3 \\ -1 \end{pmatrix}$ 를 만족시킬 때, 연립방정식  $A\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ 의 해를  $x=a, y=b$ 라 하자.  $a+b$ 의 값을 구하시오. (단,  $E$ 는 단위행렬,  $O$ 는 영행렬이다.) [4점]

5. 역행렬을 갖는 두 이차정사각행렬  $A, B$ 에 대하여

$$3B^2 + B = E, \quad 2AB - A^2 = B$$

가 성립할 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

—————<보 기>—————

ㄱ. 행렬  $3B + E$ 의 역행렬이 존재한다.

ㄴ.  $AB = BA$

ㄷ. 행렬  $3B - A$ 의 역행렬이 존재한다.

① ㄴ

② ㄷ

③ ㄱ, ㄴ

④ ㄱ, ㄷ

⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

6. 생물학자가 생태계의 파괴를 확인하기 위하여 동물들의 개체량(마리)를 조사하였다. 동물  $A$ 의 개체량을  $W_0$ , 개체량을 조사한 달로부터 경과된 달의 수를  $t$ 라 할 때, 개체량  $W$ 는

$W = W_0 \left(\frac{2}{3}\right)^{kt}$ 인 관계가 있다고 한다. 동물  $A$ 를 1월 달에 조사한 개체수는 300(마리)이고 그 해 4월에 조사한 개체량은 200(마리)일 때, 상수  $k$ 의 값은? [4점]

①  $\frac{1}{12}$

②  $\frac{1}{6}$

③  $\frac{1}{4}$

④  $\frac{1}{3}$

⑤  $\frac{1}{2}$

7. 어떤 곤충이 태어나서  $x$ 일이 경과한 후의 몸의 길이를  $l(x)$ 라 할 때, 다음 관계식이 성립한다.

$$l(x) = \frac{12}{1 + 3 \times (0.8)^x}$$

이 곤충의 몸의 길이가 태어날 당시의 2배 이상이 되기 위해서 최소  $a$ 일이 지나야 한다. 이 때, 자연수  $a$ 의 값을 구하시오. (단,  $\log 2 = 0.3$ ,  $\log 3 = 0.48$ 로 계산한다.) [4점]

8. 자연수  $n, x$ 에 대하여 집합  $A = \left\{ x \mid x = \sqrt[2n]{\frac{2^{15}(3^4 + 3^2 + 1)}{3^6 - 1}} \right\}$ 의 모든 원소들의 합을 구하시오. [4점]

[9 ~ 10] 소리의 세기가  $I(\text{W}/\text{cm}^2)$ 인 음원으로부터  $d(\text{cm})$ 만큼 떨어진 지점에서 측정된 소리의 세기를  $P(\text{데시벨})$ 이라 하면, 관계식

$$P = 12 + \log \frac{I}{d^2}$$

가 성립한다고 한다.

9. 어떤 음원으로부터 1000(cm)만큼 떨어진 지점에서 측정된 소리의 세기가 15.6(데시벨)일 때, 이 음원의 소리의 세기  $I(\text{W}/\text{cm}^2)$ 는  $n$ 자리 수이다.  $n$ 의 값은? [3점]

- ① 7                      ② 8                      ③ 9                      ④ 10                      ⑤ 11

10. 음원 A로부터 2000(cm)만큼 떨어진 지점에서 측정된 소리의 세기가  $P_1(\text{데시벨})$ 이고, 음원 A로부터 8000(cm)만큼 떨어진 지점에서 측정된 소리의 세기가  $P_2(\text{데시벨})$ 일 때,  $P_1 - P_2$ 의 값은? [3점] (단,  $\log 2 = 0.3$ ,  $\log 3 = 0.48$ 로 계산한다.)

- ① 0.6                      ② 0.96                      ③ 1.08                      ④ 1.2                      ⑤ 1.48

### III. 추가문항 해설

1	⑤	2	⑤	3	⑤	4	10	5	⑤	6	④	7	5
8	86	9	④	10	④								

#### 1.

ㄱ.  $ABAB = A$ ,  $BABA = B$ 에서

$ABABA = A^2$ ,  $BABAB = B^2$

$AB = A^2$ ,  $BA = B^2$ 이다.

또한,  $(AB)^2 = A^4 = A$ ,  $(BA)^2 = B^4 = B$ 가 성립한다.

ㄴ.  $A^2B^2 = AAB B = AA^2B = AAAB = AAA^2 = AAAA = A^4$  (참)

또한, 같은 방법으로  $B^2A^2 = B^4$ 이다.

ㄷ.  $(A+B)^2 = A^2 + AB + BA + B^2 = 2(A^2 + B^2)$ 이므로

$(A+B)^4 = 4(A^2 + B^2)(A^2 + B^2) \Rightarrow (A+B)^4 = 4(A^2 + B^2)(A^2 + B^2) = 4(A^4 + A^2B^2 + B^2A^2 + B^4)$

$\Rightarrow 4(A^4 + A^2B^2 + B^2A^2 + B^4) = 4(2A^4 + 2B^4) = 8(A^4 + B^4) = 8(A+B)$  (참)

#### 2.

ㄱ.  $AB = \begin{pmatrix} ad-bc & 0 \\ 0 & ad-bc \end{pmatrix} = BA$  (참)

ㄴ.  $A^2 = \begin{pmatrix} a^2+bc & b(a+d) \\ c(a+d) & bc+d^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ 이므로  $a+d=1$ ,  $ad=bc$ 이다.

또한,  $B^2 = \begin{pmatrix} d^2+bc & -b(a+d) \\ -c(a+d) & bc+a^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ad+d^2 & -b \\ -c & ad+a^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d(a+d) & -b \\ -c & a(a+d) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d-b & \\ -c & a \end{pmatrix}$  (참)

별해) 케일리 헤밀턴 정리를 이용하여도 좋다.

ㄷ. ㄴ에 의해서  $B^3 - E = B - E = \begin{pmatrix} d-1 & -b \\ -c & a-1 \end{pmatrix}$ 인데, ㄴ에 의해  $a+d=1$ ,  $ad-bc=0$ 임을 알고 있다. 따라서

$(d-1)(a-1) - bc = ad - a - d + 1 - bc = ad - bc - a - d + 1 = 0$  (참)

#### 3.

ㄱ.  $B = 2E - A$ 이므로  $AB = BA = O$  (참)

ㄴ.  $B = 2E - A$ 이므로  $A(2E - A) = O \Rightarrow A^2 = 2A$

마찬가지 방법으로  $B^2 = 2B$ 이다.

ㄷ.  $A^4 = 4A^2 = 8A$ ,  $B^4 = 4B^2 = 8B$ 이므로  $(A^4 + E)(B^4 + E) = A^4B^4 + A^4 + B^4 + E = 8A + 8B + E = 8(2E) + E = 17E$  (참)

## 4.

$(A - E)^2 = O$ 이므로  $A(2E - A) = E \therefore A^{-1} = 2E - A$

연립방정식  $A \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ 의 해는

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = A^{-1} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = (2E - A) \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = 2 \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} - A \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -3 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$\therefore a = 5, b = 5 \rightarrow a + b = 10$

## 5.

ㄱ.  $B(3B + E) = E$  이므로  $3B + E$ 의 역행렬이 존재한다. (참)

ㄴ.  $2AB - A^2 = B$ 의 양변의 뒤에  $B^{-1}$ 을 각각 곱하면  $A(2E - AB^{-1}) = E$ 이므로 역행렬의 정의에 의하여  $A(2E - AB^{-1}) = (2E - AB^{-1})A = E$ 이다. 따라서  $-A^2B^{-1} = -AB^{-1}A$ 이고, 양변의 앞에  $A^{-1}$ 을 곱해주면,  $AB^{-1} = B^{-1}A$ 이고, 정리하면,  $BA = AB$ 가 된다. (참)

ㄷ.  $B = E - 3B^2$ 이므로,  $2AB - A^2 = E - 3B^2 \Rightarrow A^2 - 2AB - 3B^2 = -E$ 에서  $AB = BA$ 이므로  $(A - 3B)(A + B) = -E$ 이다. 즉,  $(3B - A)(A + B) = E$ 이므로 행렬  $3B - A$ 의 역행렬이 존재한다. (참)

## 6.

$$1\text{월의 개체수} = 300 = W_0 \left( \frac{2}{3} \right)^{kt}$$

$$4\text{월의 개체수} = 200 = W_0 \left( \frac{2}{3} \right)^{k(t+3)} = W_0 \left( \frac{2}{3} \right)^{kt} \times \left( \frac{2}{3} \right)^{3k} = 300 \times \left( \frac{2}{3} \right)^{3k}$$

$$\text{이므로 } 200 = 300 \left( \frac{2}{3} \right)^{3k} \Rightarrow \frac{2}{3} = \left( \frac{2}{3} \right)^{3k} \therefore k = \frac{1}{3}$$

## 7.

이 곤충이 태어났을 때, 몸의 길이는  $l(0) = 3$  몸의 길이가 태어날 당시의 2배 이상이 되기 위해서는  $\frac{12}{1 + 3 \times (0.8)^x} \geq 3 \times 2$ 에서  $(0.8)^x \leq \frac{1}{3}$  이 식의 양변에 상용로그를 취하면  $x \geq 4.8$ 임을 알 수 있다. 따라서  $a = 5$

## 8.

$$x = \left\{ \frac{2^{15}(3^4 + 3^2 + 1)}{(3^2 - 1)(3^4 + 3^2 + 1)} \right\}^{\frac{1}{2n}}$$

$$= \left( \frac{2^{15}}{3^2 - 1} \right)^{\frac{1}{2n}} = 2^{\frac{6}{n}}$$

$\therefore$  자연수  $n$ 에 대하여  $x$ 가 자연수가 되기 위한  $n$ 은 1, 2, 3, 6이다.

따라서,  $A = \{2, 4, 16, 64\}$

그러므로 집합  $A$ 의 모든 원소의 합은  $2 + 4 + 16 + 64 = 86$



9.

$$15.6 = 12 + \log \frac{I}{1000^2} \text{ 이므로 } 3.6 = \log I - 2\log 1000 = \log I - 6$$

$$\therefore \log I = 9.6 = 9 + 0.6$$

$\log I$ 의 지표가 9이므로  $I$ 는 10자리 수이다.

10.

$$P_1 = 12 + \log \frac{I}{2000^2}$$

$$P_2 = 12 + \log \frac{I}{8000^2}$$

$$P_1 - P_2 = \log \frac{8000^2}{2000^2} = \log \left( \frac{8000}{2000} \right)^2 = 4\log 2 = 1.2$$